

OliCyber.IT 2021 - Selezione scolastica

Soluzioni commentate

Contenuti

1 Domanda 1	3
1.1 Domanda	3
1.2 Risposte	3
1.3 Soluzione proposta	3
2 Domanda 2	4
2.1 Domanda	4
2.2 Risposte	4
2.3 Soluzione proposta	4
3 Domanda 3	5
3.1 Domanda	5
3.2 Risposte	5
3.3 Soluzione proposta	5
4 Domanda 4	6
4.1 Domanda	6
4.2 Risposte	6
4.3 Soluzione proposta	6
5 Domanda 5	7
5.1 Domanda	7
5.2 Risposte	7
5.3 Soluzione proposta	7
6 Domanda 6	8
6.1 Domanda	8
6.2 Risposte	8
6.3 Soluzione proposta	8
7 Domanda 7	9
7.1 Domanda	9
7.2 Risposte	9
7.3 Soluzione proposta	9
8 Domanda 8	10
8.1 Domanda	10
8.2 Risposte	10
8.3 Soluzione proposta	10
9 Domanda 9	11
9.1 Domanda	11
9.2 Risposte	11
9.3 Soluzione proposta	11

10 Domanda 10	12
10.1 Domanda	12
10.2 Risposte	12
10.3 Soluzione proposta	12
11 Domanda 11	13
11.1 Domanda	13
11.2 Risposte	13
11.3 Soluzione proposta	13
12 Domanda 12	14
12.1 Domanda	14
12.2 Risposte	14
12.3 Soluzione proposta	14

1 Domanda 1

1.1 Domanda

50 numeri reali tutti diversi hanno somma 171. Esattamente 25 numeri vengono aumentati di 1, gli altri 25 di 2.

Quanto vale al massimo la somma dei nuovi numeri?

1.2 Risposte

- (A) 250
- (B) 251
- (C) 246
- (D) 245

1.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (C) 246.

Se 25 numeri vengono aumentati di 1, indipendentemente da quali sono, la somma totale aumenta di 25. Allo stesso modo, quando gli altri 25 vengono aumentati di 2, la somma totale aumenta di 50.

Complessivamente, la somma totale vale $171 + 25 + 50 = 246$.

2 Domanda 2

2.1 Domanda

2021 numeri reali distinti sono disposti in cerchio. Creo un nuovo cerchio con la media delle coppie di numeri adiacenti nel cerchio iniziale.

Ad esempio se la lista iniziale è 1 2 3 allora avrò 1.5 2.5 2.

Ripeto questo processo per 2021 volte.

Sapendo che la somma iniziale è 100, quanto vale al massimo la somma finale?

2.2 Risposte

- (A) 2021
- (B) 200
- (C) 50
- (D) 100

2.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (D) 100.

Supponiamo di avere in cerchio i numeri

$$a_1, a_2, \dots, a_{2021}$$

allora il nuovo cerchio conterrà i numeri

$$\frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{a_2 + a_3}{2}, \dots, \frac{a_{2021} + a_1}{2}$$

Notiamo che la somma dei numeri nei due cerchi rimane costante. Nell'esempio, infatti, abbiamo $1 + 2 + 3 = 6 = 1.5 + 2.5 + 2$, quindi i due cerchi hanno la stessa somma.

Questo basta per concludere che la somma finale, rimasta costante, vale 100.

3 Domanda 3

3.1 Domanda

Marco impiega 2 ore a risolvere un esercizio facile e 5 ore per uno difficile. Ogni giorno, per allenarsi, risolve 3 esercizi, presi casualmente da una lista di facili e difficili.

Quanto tempo al giorno si allena mediamente Marco?

3.2 Risposte

- (A) 10.5
- (B) 7
- (C) 3.5
- (D) 6

3.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (A) 10.5.

Dividiamo il problema in casi.

- Tutti e tre gli esercizi sono facili, c'è una sola configurazione possibile e Marco ci impiega 6 ore;
- Due esercizi sono facili e uno difficile, ci sono 3 configurazioni possibili e Marco ci impiega 9 ore;
- Due esercizi sono difficili e uno facile, ci sono 3 configurazioni possibili e Marco ci impiega 12 ore;
- Tutti e tre gli esercizi sono difficili, c'è una sola configurazione possibile e Marco ci impiega 15 ore.

In media, Marco si allena per $\frac{1 \cdot 6 + 3 \cdot 9 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 15}{1 + 3 + 3 + 1} = \frac{84}{8} = 10.5$ ore.

4 Domanda 4

4.1 Domanda

Alice e Bob giocano a scacchi. Giocano un totale di 10 partite, vincendone 5 a testa, nessuna partita finisce quindi in parità.

Sapendo che in nessun momento Bob aveva vinto più partite di Alice (cioè Bob non è mai stato in vantaggio), quante possibili sequenze di partite sono possibili?

4.2 Risposte

- (A) 25
- (B) 42
- (C) 36
- (D) 64

4.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (B) 42.

Notiamo che la risposta coincide con il numero di possibili stringhe di cinque A e cinque B tali che, contando da sinistra, il numero di B non è mai più alto del numero di A . Contiamo queste stringhe per ricorsione.

Notiamo innanzitutto che dobbiamo iniziare per forza con A , altrimenti Bob sarebbe in vantaggio all'inizio. Consideriamo quindi la prima occorrenza di B tale che la stringa fino a quel punto contiene lo stesso numero di A e di B : allora le sequenze valide sono del tipo $AxB y$, con x e y sequenze che rispettano le stesse regole.

Quindi, detto a_n il numero di stringhe cercate, con n occorrenze di A e n di B , vale

$$a_n = a_0 a_{n-1} + a_1 a_{n-2} + \cdots + a_{n-1} a_0.$$

Partiamo quindi dal caso base $a_0 = a_1 = 1$ e calcoliamo a_5 :

- $a_2 = a_0 a_1 + a_1 a_0 = 1 + 1 = 2$,
- $a_3 = a_0 a_2 + a_1 a_1 + a_2 a_0 = 2 + 1 + 2 = 5$,
- $a_4 = a_0 a_3 + a_1 a_2 + a_2 a_1 + a_3 a_0 = 5 + 2 + 2 + 5 = 14$,
- $a_5 = a_0 a_4 + a_1 a_3 + a_2 a_2 + a_3 a_1 + a_4 a_0 = 14 + 5 + 4 + 5 + 14 = 42$.

5 Domanda 5

5.1 Domanda

Dato il seguente blocco di indirizzi di rete: 192.168.128.0/23, quale dei seguenti indirizzi è tra quelli al suo interno?

5.2 Risposte

- (A) 192.168.0.1
- (B) 192.168.127.255
- (C) 192.168.128.128
- (D) 172.0.0.1

5.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (C) 192.168.128.128.

Analizziamo il blocco di indirizzi insieme alla maschera di sottorete¹:

Indirizzo: 11000000.10101000.10000000.00000000

Maschera: 11111111.11111111.11111110.00000000

Per essere nello stesso blocco, i bit di un indirizzo di rete devono coincidere con quelli dell'indirizzo di riferimento per tutte le posizioni in cui i bit della maschera valgono 1 (evidenziate in rosso).

Questo vuol dire che gli indirizzi nella sottorete indicata sono quelli del tipo 192.168.128.x o 192.168.129.x, con x tra 0 e 255 inclusi. L'unica risposta che rispetta questo formato è la (C).

¹Guarda https://it.wikipedia.org/wiki/Maschera_di_sottorete

6 Domanda 6

6.1 Domanda

Dato il seguente messaggio cifrato con un cifrario a sostituzione monoalfabetica **NVHHZTTTRLWVXIRKZGL**, qual è un possibile messaggio originale?

6.2 Risposte

- (A) MESSAGGIODECRIPTATO
- (B) OLIMPIADECYBERSEC21
- (C) SELEZIONESCOLASTICA
- (D) TESTOMONOALFABETICO

6.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (A) MESSAGGIODECRIPTATO.

In un cifrario a sostituire monoalfabetica, a lettera uguale nel messaggio in chiaro corrisponde una lettera uguale nel messaggio cifrato. Questo vuol dire che, poiché terza e quarta lettera nel messaggio cifrato sono uguali (due **H**), allora anche nel messaggio originale le due lettere saranno uguali. Questo accade solo con la stringa **MESSAGGIODECRIPTATO** (le due **S** in terza e quarta posizione).

7 Domanda 7

7.1 Domanda

Hai a disposizione 32 palline da tennis identiche, 31 delle quali pesano esattamente uguali e la 32esima più pesante delle altre

Ti viene fornita una bilancia con due piatti e un display digitale che mostra le differenze di peso tra i due piatti.

Qual è il numero minimo di pesate necessarie per individuare con esattezza la pallina più pesante?

7.2 Risposte

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6

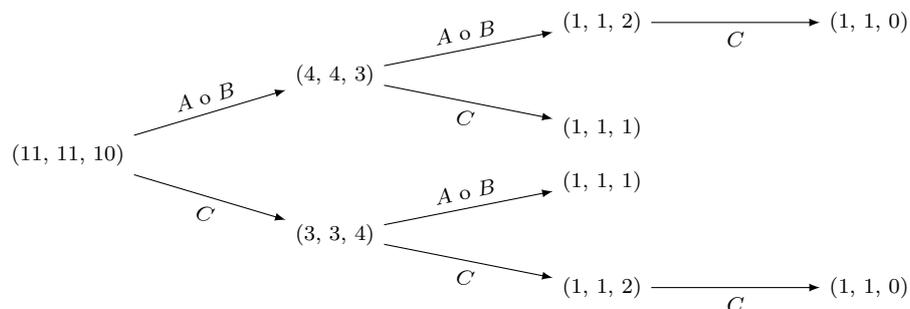
7.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (B) 4.

La strategia migliore è quella di dividere le palline in 3 gruppi, diciamo A, B, C , e confrontarne due con la bilancia. Senza perdita di generalità, confrontiamo i pesi dei gruppi A e B . Se uno dei due pesa più dell'altro, allora sappiamo che la pallina da trovare è in quel gruppo, altrimenti, se i due gruppi hanno lo stesso peso, la pallina sarà nel gruppo C .

Dato che 32 non è divisibile per 3, non possiamo dividere le palline in modo equo, ma uno (o due) dei gruppi risulterà leggermente più grandi degli altri.

La strategia globale può essere rappresentata dal seguente albero, dove le terne corrispondono alla divisione nei gruppi A, B, C e le etichette degli archi indicano il gruppo che è risultato più pesante.



Quando viene raggiunto un nodo con ogni gruppo avente al massimo un elemento, la ricerca si ferma perché possiamo determinare la pallina più pesante con quella pesata. Visto che stiamo considerando lo scenario peggiore (per essere sicuri di trovare la pallina), la risposta sarà il numero massimo di pesate nell'albero, cioè 4.

8 Domanda 8

8.1 Domanda

Considera la seguente funzione:

```
function x(n) {  
    if(n <= 0) return 0  
    return 1+y(n-2)  
}  
  
function y(n) {  
    if(n <= 0) return 0  
    return 2+x(n-3)  
}
```

Quale numero ritorna la chiamata a $y(100)$?

8.2 Risposte

- (A) 70
- (B) 66
- (C) 60
- (D) 67

8.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (C) 60.

Considerando una chiamata alla funzione y e una a x , l'argomento n diminuisce di 5 unità, mentre il valore di ritorno (parziale) aumenta di 3. Questo significa che con 20 chiamate a y (e 20 a x), il programma starà per chiamare $y(0)$. La somma calcolata sarà quindi $20 \cdot 3 = 60$.

9 Domanda 9

9.1 Domanda

Data la seguente funzione:

```
function f(a, b) {  
  if(b == 0)  
    return a  
  if(b > 0)  
    return 1 + f(a, b - 1)  
  return f(a, b + 1) - 1  
}
```

Cosa calcola $f(a,b)$?

9.2 Risposte

- (A) $a-b$
- (B) $a*b$
- (C) a^b
- (D) $a+b$

9.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (D) $a+b$.

La funzione f chiama se stessa ricorsivamente finché b non è zero, e ad ogni chiamata sottrae (risp. aggiunge) 1 da b e aggiunge (risp. sottrae) 1 al risultato. Questo significa che il risultato da aggiungere ad a vale b (indipendentemente dal fatto che b sia positivo o negativo), quindi la funzione calcola il valore $a+b$.

10 Domanda 10

10.1 Domanda

Considera un sito web con meccanismo di autenticazione. Quale tra le seguenti operazioni sono necessarie per avere un processo di login sicuro?

10.2 Risposte

- (A) Verifica username e password lato client
- (B) Verifica username e password lato server
- (C) Verifica username e password lato client e server
- (D) Nessuna delle altre risposte

10.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (B) **Verifica username e password lato server**.

Le operazioni svolte dal client non possono essere controllate, per cui un utente malevolo può manipolare dati e operazioni a suo piacimento. Questo implica che, per implementare un processo sicuro, il server non può fidarsi del client ma deve svolgere tutte le verifiche da sé.

Inoltre, è inutile ripetere le verifiche due volte se quella del client viene scartata, quindi la risposta corretta è quella che contempla la sola verifica da parte del server.

11 Domanda 11

11.1 Domanda

Data la seguente funzione:

```
function f(n) {
  if(n < 4) {
    return 1
  }
  return 2*f(n-1) - 3*f(n-2) + 1*f(n-1)
}
```

Cosa ritorna la chiamata a $f(82)$?

11.2 Risposte

- (A) -27
- (B) 531441
- (C) 1
- (D) 0

11.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (D) 0.

Notiamo che

$$f(0) = f(1) = f(2) = 1$$

.

Riscriviamo la funzione f come $f(n) = 3f(n-1) - 3f(n-2)$ if $n \geq 4$, quindi $f(4) = 3f(3) - 3f(2) = 3 - 3 = 0$. Inoltre abbiamo che, per $n \geq 4$:

$$\begin{aligned}
 f(n+6) &= 3f(n+5) - 3f(n+4) \\
 &= 9f(n+4) - 9f(n+3) - 3f(n+4) = 6f(n+4) - 9f(n+3) \\
 &= 18f(n+3) - 18f(n+2) - 9f(n+3) = 9f(n+3) - 18f(n+2) \\
 &= 27f(n+2) - 27f(n+1) - 18f(n+2) = 9f(n+2) - 27f(n+1) \\
 &= 27f(n+1) - 27f(n) - 27f(n+1) = -27f(n)
 \end{aligned}$$

Quindi, a partire da 4, se $f(n) = 0$ allora anche $f(n+6) = 0$.

Notiamo infine che $f(82) = f(4 + 18 \cdot 6) = 0$ quindi $f(82) = 0$.

12 Domanda 12

12.1 Domanda

Considera la seguente operazione:

$$(x \wedge (62 \& 31)) \vee 12$$

Dove \wedge , $\&$ e \vee sono rispettivamente le operazioni di xor, and e or bit a bit.

Quali dei seguenti numeri devo sostituire a x per ottenere come risultato 29?

12.2 Risposte

- (A) 15
- (B) 16
- (C) 6
- (D) 4

12.3 Soluzione proposta

La risposta corretta è (A) 15.

Iniziamo calcolando il valore di $62 \& 31 = 30$.

Consideriamo poi separatamente le due operazioni. Lo XOR con 30 inverte i 4 bit di x dal secondo al quinto meno significativo, conservando il valore degli altri, mentre l'OR con 12 forza a 1 il valore del terzo e del quarto bit meno significativo del risultato, conservando il valore degli altri.

Quindi, i due bit meno significativi di x devono valere 1, poiché non vengono influenzati dall'OR con 12, e per lo stesso motivo i bit dal quinto in poi devono essere 0. Il terzo e il quarto bit, invece possono assumere qualsiasi valore. I valori di x che soddisfano i vincoli sono quindi 3, 7, 11 e 15 e di questi solo l'ultimo compare tra le risposte.